Pre-práctica (semana 5)

Carlos Contreras

9 de febrero de 2012

1. Notas sobre la clase anterior (semana 4)

1. Al finalizar la clase un estudiante me preguntó sobre la justificación del cociente 3^3 en la distribución de probabilidad del ejercicio 3.7 del Wackerly, Mendenhall y Scheaffer [2008]. Recordemos que ejercicio pide construir la distribución de probabilidad de $Y =$ el número de cajas vacías, cuando se tienen 3 pelotas y cada una de ellas se coloca en una de tres cajas. La solución era, por ejemplo,

$$P(Y=2) = \frac{\frac{3!}{3!0!0!}\frac{3!}{2!}}{3^3}.$$

El cociente 3^3 viene de aplicar la regla mn repetidas veces. Para generalizar, si tenemos n cajas y en la caja k podemos poner m_k pelotas ($1 \le k \le n$), entonces el número de arreglos que se pueden hacer en las cajas es

$$m_1 m_2 \cdots m_n.$$

En particular, si m el mismo número de pelotas que se pueden poner en cada caja (el número de pelotas), entonces el números de arreglos queda

$$m^n.$$

Así, en 3^3, la base corresponde al número de pelotas y el exponente al número de cajas.

2. Sobre el mismo ejercicio, otro estudiante me pregúnto por el término $\frac{3!}{2!}$. Cuando se tiene la palabra

$$a_1 a_2 \ldots a_n$$

el número de ordenaciones de los elementos de esta palabra es $P^n = P^n_n = n!$ o permutaciones de n (que en el libro lo llaman *permutaciones de n en n*). Cuando algún elemento de la palabra se repite, digamos $a_1 = a_2$, a esto se le llama permutaciones de n con 2 repeticiones. Para calcular el número de ordenaciones sin contar repeticiones se dividen la permutación entre la repetición en factorial. Por ejemplo, $\frac{n!}{2!}$. En el caso del ejercicio 3.7 queríamos calcular las formas de permutar la palabra 3!0!0! (de 3 elementos) teniendo el elemento 0! repetido (2 veces), es decir $\frac{3!}{2!}$.
En general, si $n_1, n_2, \ldots, n_k$ son el número de repeticiones de todos los elementos de la palabra $a_1 a_2 \ldots a_n$ (los que no se repitan valdrán 1), entonces permutaciones de n con $n_1, n_2, \ldots, n_k$ es

$$P^n_{n_1,n_2,\ldots,n_k} = \frac{n!}{n_1! n_2! \cdots n_k!}.$$

Nota 1: ¿Qué se obtiene sí cada elemento se repite una sola vez? Conecte el resultado con una forma de conteo.
Nota 2: ¿Se podría/debería decir que $n_1 + n_2 + \cdots + n_k = n$? ¿Se puede ver la relación de esto con el Teorema 2.3 del libro: *el número de maneras de particionar n objetos distintos en k grupos distintos conteniendo $n_1, n_2, \ldots, n_k$ objetos*?.
Nota 3: Si se consideran dos elementos diferentes en la palabra de n elementos, las permutaciones con

repeticiones queda $P^n_{n_1,n_2}$. ¿Qué otra forma de conteo representa esta expresión?
Nota 4: Otra forma de denotar las permutaciones con repeticiones es

$$P^n_{n_1,n_2,\ldots,n_k} = \binom{n}{n_1, n_2, \ldots, n_k}.$$

Esta expresión es más común cuando $k = 2$, en cuyo caso se sobre entiende que $n_2 = n - n_1$ y se usa cualquiera de las notaciones

$$P^n_{n_1,n_2} = \binom{n}{n_1, n_2} = \binom{n}{n_1}.$$

Nota importante: No confunda la notación $P^n_{n_1,n_2,\ldots,n_k}$ con la notación de permutaciones de n objetos tomando k (o variaciones) $P^n_k = n!/(n-k)!$ del libro. Digamos que las notaciones cambian cuando en el subíndice de P se tienen más de un número.

2. Ejercicios de repaso

1. Una persona está jugando contra la casa una modalidad de póquer donde la mano consta de 5 barajas. El repartidor, quien es un tramposo, logra eliminar siempre el as y la reina de corazones del mazo mezclado. Así, el jugador nunca podrá obtener estas dos cartas. Se está jugando con naipes ingleses de 52 barajas: 4 pintas y 13 denominaciones. Responda:

   - ¿Cuál es la probabilidad de conseguir un póker (cuatro de la misma denominación y otra cualquiera)?
   - ¿Cuál es la probabilidad de conseguir un Full House (un trío y un par)?

   Sugerencia: Tome en cuenta que ahora ya no son 52 barajas que puede recibir la persona sino 50.